

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Права кроз C паралелна са AD сече основицу AB у средишту K . По Талесовој теореме, та дуж полови и дуж BE , а како је паралелна са AD , она је и нормала на BE . Дакле, CK је симетрала дужи BE , па је $CE = CB$ (20 бодова).
2. Обележимо са a, b, h и H , редом, дужине основне ивице, бочне ивице, апотеме и висине пирамиде. Тада из бочне стране пирамиде (једнакокраког троугла) следи да је $a : h = 6 : 4$ (4 бода). Нека је $a = 6x$, $h = 4x$. Важи да је $4x + 6x + 4x = 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$, (4 бода) односно $14x = 14$, па је $x = 1$. Дакле основна ивица ове пирамиде је 6cm, а апотема 4cm (4 бода). Висина пирамиде је $H^2 = h^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, $H = \sqrt{7}$ cm (4 бода). Тражена запремина је $V = \frac{6^2 \sqrt{7}}{3}$, $V = 12\sqrt{7}$ cm³ (4 бода).
3. (МЛ45/2) Означимо дужину укупног пута који су прешле са x . Пут који су обе прешле када је прва прешла петину пута, а друга 1300 метара, је $\frac{1}{5}x + 1300$ (5 бодова). Пут који им је остао да пређу до сусрета је $x - \left(\frac{1}{5}x + 1300\right)$ (5 бодова). Како је ово растојање три пута дуже од пута који је Стана прешла имамо да је $x - \left(\frac{1}{5}x + 1300\right) = \frac{3}{5}x$ (5 бодова). Решавањем ове једначине долазимо до траженог растојања од 6,5km (5 бодова).
4. Графици функција имају једну заједничку тачку, па следе једнакости $3x + a = x + 1$, $-2x + b = x + 1$, односно $2x = 1 - a$, $3x = b - 1$ (8 бодова). Сада је $x = \frac{1-a}{2}$, $x = \frac{b-1}{3}$, одакле је $\frac{1-a}{2} = \frac{b-1}{3}$ (8 бодова). Дакле, тражена веза је $3a + 2b = 5$, тј. $a = \frac{-2b+5}{3}$ (4 бода).
5. Како је $8x + 3y = 2013$, то је $8x = 3(671 - y)$, па је $x = 3k$ (5 бодова). Сада је $24k = 3(671 - y)$, одакле је $y = 671 - 8k$ (5 бодова). Како је $x_n > 0$ и $y_n > 0$, то је $k > 0$ и $671 - 8k > 0$, па је $0 < k < 83\frac{7}{8}$ или $1 \leq k \leq 83$ (5 бодова). Дакле, $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 3 + 6 + \dots + 3 \cdot 83 = 3 \cdot (1 + 2 + \dots + 83) = 10458$ (5 бодова).