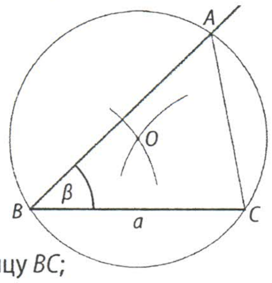
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Како је збир непаран то је један сабирак паран, а други непаран. Дакле, или је $p = 2$ или $q = 2$ (**8 бодова**).
   1) Ако је $p = 2$, то је $497q^2 = 2009$, па q није цео број (**4 бода**).
   2) Ако је $q = 2$, то је $p^2 = 25$, тј. $p = 5$ (**8 бодова**).
   Дакле, решење је $p = 5$ и $q = 2$.

2. Како је $\overline{xyxyx}$ дељиво са 3, то је $3x + 2y$ дељиво са 3, па је и y дељиво са 3, тј. $y \in \{3, 6, 9\}$ (**6 бодова**). Како је $\overline{yxyxyxy}$ дељиво са 18, то y мора бити паран број, па је $y = 6$ (**4 бода**), и $4y + 3x = 24 + 3x$ дељиво са 9, па је $x \in \{1, 4, 7\}$. Дакле, решења су $x = 1, y = 6$ или $x = 4, y = 6$ или $x = 7, y = 6$ (**10 бодова**).

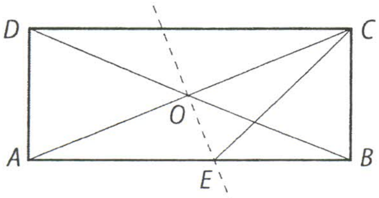
3. (МЛ47/2) Нека је на слици дат троугао ABC који задовољава услове задатка. Центар описане кружнице једнако је удаљен од темена троугла и можемо га одредити у пресеку кружница са центрима у теменима B и C чији су полупречници по 3cm. Конструкцију изводимо на следећи начин:



   а) на произвољној прави конструишемо страницу BC;
   б) у тачки B конструишемо угао од 45°;
   в) центар O конструишемо на претходно описан начин;
   г) тачку A добијамо у пресеку описане кружнице троугла и крака конструисаног угла (**20 бодова**).

4. $\frac{1}{3} < \frac{2}{1-x} < \frac{3}{4}$, $\frac{6}{18} < \frac{6}{3\cdot(1-x)} < \frac{6}{8}$, одакле је $8 < 3(1 - x) < 18$ (**10 бодова**), па је $\frac{8}{3} < 1 - x < 6$, тј. $-1\frac{2}{3} > x > -5$. Дакле, $x \in \{-2, -3, -4\}$ (**10 бодова**).

5. Посматрајмо правоугаоник $ABCD$. Симетрала дијагонале пролази кроз пресек дијагонала и сече страницу AB у тачки E. Троугао EBC је једнакокрак и $\angle ECB = \angle CEB = 45^\circ$ (**5 бодова**).



   Троугао ACE је једнакокрак па је $\angle ACE = 22^\circ 30'$ (**10 бодова**). Како је $\angle ACB = \angle ACE + \angle ECB = 67^\circ 30'$ и троугао OCB једнакокрак, то је тражени угао 45° (**5 бодова**).